

金融資産取引の単純モデル

仲 澤 幸 壽

要旨：金融資産の適正な価値を求める理論は、極めて高度に洗練されている。だが、理論から導かれる適正な資産価値とは、その資産が将来もたらすと予測される収益を何らかの割引率で割り引いて求められるものであって、そこに資産市場の需給関係で決まるという側面を見ることは、少なくとも門外漢にとっては、困難である。そこで、この論考では、ミクロ経済学の基礎知識である純粋交換経済モデルを援用した単純な資産市場の需給モデルを提示する。資産市場での需要と供給を明示的に扱うことによって、資産市場の基本的性質が、より明快に分かるようになる。さらに、タイプの異なる投資家の投資行動が相互に影響し合うような行動投資論的現象に関しても分析の手掛かりを得ることができる。

1. はじめに

不確実な将来収益を基に資産価値を求める方法や、リスクを分散して軽減する方法等の理論は、極めて高度なものであり洗練されている。資産価値を求める基本的方法は、情報に基づいて将来収益を予測し、それを投資家が適正と考える割引率で割り引いて求めるというものである。この方法は論理的であり、その論理が正しいことに疑いの余地はない。

しかし、危険資産の評価について、資産価値の正しい評価が1つだけだとすると、その資産の価格は市場における需給の状態と無関係に決まることになる。そうすると、例えば現実の株式市場の動向についての議論を展開することは難しくなってしまう。現実の資産市場では、需給の変化が資産価値の変化をもた

らすと考えられているからである。

だからといって、資産価値を評価する方法と市場で決まる資産価格とが矛盾するということではない。少なくとも筆者のような金融理論の門外漢にとっては、双方の関連性や整合性の根拠が分かり難いということである。そのため、現実の経済において極めて重要な市場の1つである資産市場を基礎的な経済学的考え方で理解可能なモデル表現があれば、それは様々な意味で有益なものになるはずである。

そこで、この論文では、危険資産に関する同じ情報に接しても、最適な資産ポジションが異なる異質的投資家を前提にして、市場に売り手と買い手が現れるモデルを構築する。ここで投資家の異質性が前提とされるは、完全に同質的な投資家であれば売買関係が発生しないからである。それに対して、リスクに関する情報が等しくても投資家の危険に対する態度等が違えば、最適な資産構成には違いが出てくることも理論的には常識である。

そのモデルは、資産市場がストックの次元の取引であることを反映して、基礎的なミクロ経済学を学んだ人は誰でも知っている純粋交換経済モデルである。純粋交換経済モデルを用いるのは、資産市場がストックとして存在する様々な種類の資産の交換を通じて、資産間の相対的価値が調整される市場だからである。ただ、ニューメレールが貨幣なので、相対的価値の調整が名目価値（絶対的価値）の変化となり、資産総額の変化になるのである。

このモデルは、資産市場における売買状況を明示的に扱えるだけではない。資産価格の変化の意味についても、より分かり易くなる。さらに、現実の株式市場や為替市場に関するニュース等で見られる投資家の考え方の変化や投資家相互間の投資戦略の関係性等、行動投資論的な現象と見られるものを分析できる方法も提供可能なものである。

本論文の構造は以下の通りである。まず2節では、モデルの基本的性質の理解を助けるために、2つのタイプの投資家の例を示す。そして、3節では、投資家のタイプの数が限定されないように拡張し、そのモデルから得られる資産市場の基本的性質が提示される。次に4節では、異なる投資家間での相互依存関係等の分析可能性が議論される。最後に、今後の発展可能性等が議論される。

2. 投資家のタイプが2つの例

この節で提示されるモデル例の構造は以下の通りである。経済には2つにタイプの投資家があり、それぞれ第1タイプと第2タイプと呼ばれる。そして、この経済には預金通貨または国債からなる安全資産 m と危険資産である株式が s 存在する。この点は、次節において投資家のタイプ数が一般化されるケースでも共通のものである。

ある時点 t の資産市場取引が成立したときの各タイプの投資家の資産のポジションを

$$(m_t^1, s_t^1), \quad (m_t^2, s_t^2)$$

と表す。すなわち、その時点の取引がなされる前の資産ポジションは、

$$(m_{t-1}^1, s_{t-1}^1), \quad (m_{t-1}^2, s_{t-1}^2)$$

ということである。各時点において、各タイプの投資家が所有する資産の合計は、 (m, s) で一定である。なお、時点 t で成立した株価を q_t とし、その時点での名目利子率を r_t とする。

この資産市場では、取引がなされる前に、危険資産に関するなんらかの新たな情報 θ_t が投資家にもたらされるものとする¹⁾。投資家はその情報に基づいて、株式の配当等の収益を予測し、情報の信頼度からリスクプレミアム・レートを設定する。それらは、それぞれのタイプの投資家について、

$$(k_t^1, \rho_t^1), \quad (k_t^2, \rho_t^2)$$

と表される。ここで、配当予測は両タイプで共通のこともあるが、投資家のタイプの違いからリスクプレミアム・レートは異なった値になると想定されて

1) 現実の株式市場で、取引の手掛かりになる材料と呼ばれるものに相当する。

いる。

この新しい情報に基づいて、それぞれの投資家は新たな最適資産ポジションを達成するために資産市場で売買注文を出し、取引を行う。その際、各タイプの投資家は、最適ポジションを次の評価関数で求めるものとする。

$$v^1 = (m_t^1)^{\alpha_t^1} (s_t^1)^{1-\alpha_t^1}, \quad 0 < \alpha_t^1 < 1 \quad (1)$$

$$v^2 = (m_t^2)^{\alpha_t^2} (s_t^2)^{1-\alpha_t^2}, \quad 0 < \alpha_t^2 < 1 \quad (2)$$

これらの資産状態の評価関数は、株式の収益予測を変更させる情報 θ_t によって、危険資産と安全資産の保有比率が変化するというを意味している。

例えば、Markowitz (1959) のような方法で最適ポートフォリオを求めるとき、その基になる期待収益率や標準偏差等の情報に変化が生じた場合というようなケースである。もちろん、ここでの投資家がどのような原理に基づいて資産状態を評価しているかは、特定の原理に制限される訳ではない。いわゆる合理的なものから Nofsinger (2017) に列挙されている心理的要因に分類されるまで、どのような行動基準であっても、新たな情報に反応して資産ポジションを調整させようとする投資行動は無数に存在しうるからである。

この調整は、形式的には、 α_t^1 と α_t^2 は θ_t の関数ということである。すなわち、

$$\alpha_t^1 = \varphi(\theta_t), \quad \alpha_t^2 = \psi(\theta_t) \quad (3)$$

ということである²⁾。このようにモデル化するメリットの1つは、リスクに関して確率分布関数等を導入する必要がないという点である。

各投資家の売買注文は、改訂される前の資産ポジションを制約条件として、(1)式または(2)式を最大化することによって求められる。それぞれの制約条件は、

2) もちろん、各投資家のリスクプレミアム・レートも α_t と β_t と連動している。

$$m_{t-1}^1 + q_t s_{t-1}^1 = m_t^1 + q_t s_t^1 \quad (4)$$

$$m_{t-1}^2 + q_t s_{t-1}^2 = m_t^2 + q_t s_t^2 \quad (5)$$

である。容易に分かるように、最適解は以下の通りである。

$$m_t^1 = \alpha_t^1 (m_{t-1}^1 + q_t s_{t-1}^1) \quad (6)$$

$$q_t s_t^1 = (1 - \alpha_t^1) (m_{t-1}^1 + q_t s_{t-1}^1) \quad (7)$$

$$m_t^2 = \alpha_t^2 (m_{t-1}^2 + q_t s_{t-1}^2) \quad (8)$$

$$q_t s_t^2 = (1 - \alpha_t^2) (m_{t-1}^2 + q_t s_{t-1}^2) \quad (9)$$

資産市場では、これらのポジションの変更が成り立つように、新規の株価 q_t が決定されるということである。それは、形式上は安全資産と危険資産の交換を行う純粋交換経済のモデルとまったく同じである。上で求めた最適ポジションから、

$$q_t (s_t^1 - s_{t-1}^1) = (1 - \alpha_t^1) m_{t-1}^1 - \alpha_t^1 q_t s_{t-1}^1 \quad (10)$$

$$q_t (s_t^2 - s_{t-1}^2) = (1 - \alpha_t^2) m_{t-1}^2 - \alpha_t^2 q_t s_{t-1}^2 \quad (11)$$

が導かれるが、資産市場の均衡条件からこれらの和は0なので、

$$q_t = \frac{(1 - \alpha_t^1) m_{t-1}^1 + (1 - \alpha_t^2) m_{t-1}^2}{\alpha_t^1 s_{t-1}^1 + \alpha_t^2 s_{t-1}^2} \quad (12)$$

と、均衡の株価が具体的に導出される。

いま導出したものと同じものは、ワルラスの法則から、安全資産の均衡条件からも導かれる。すなわち、

$$m_t^1 - m_{t-1}^1 = (1 - \alpha_t^1)q_t s_{t-1}^1 - \alpha_t^1 m_{t-1}^1 \quad (13)$$

$$m_t^2 - m_{t-1}^2 = (1 - \alpha_t^2)q_t s_{t-1}^2 - \alpha_t^2 m_{t-1}^2 \quad (14)$$

からも(12)式が導かれるのである。

さらに、均衡においては評価関数の両タイプの投資家の限界代替率が2つの資産の相対価格に等しくなることから、均衡の株価は、

$$q_t = \frac{(1 - \alpha_t^1)m_t^1}{\alpha_t^1 s_t^1} = \frac{(1 - \alpha_t^2)m_t^2}{\alpha_t^2 s_t^2} \quad (15)$$

と表すこともできる。この均衡条件は、以下の図1のようにエッジワースのボックス・ダイヤモンドで示すことができる。

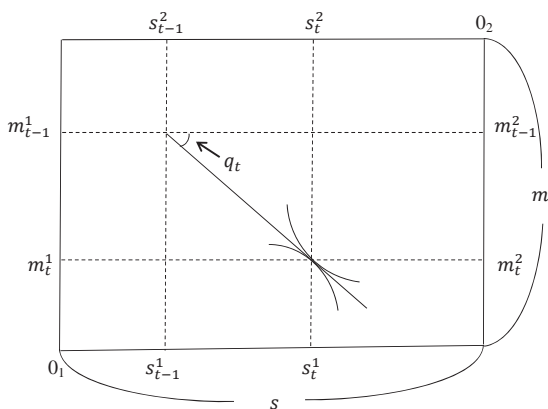


図 1

この図より、各投資家の資産制約と市場の需給均衡条件が同値であることを意味する。

$$q_t = \frac{m_{t-1}^1 - m_t^1}{s_t^1 - s_{t-1}^1} = \frac{m_t^2 - m_{t-1}^2}{s_{t-1}^2 - s_t^2} \quad (16)$$

という関係も直ちに導かれる。

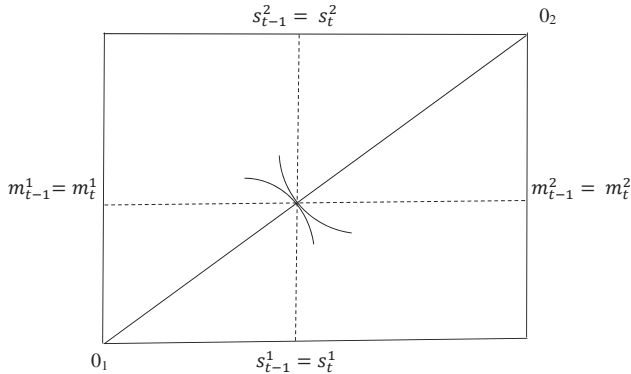


図2

なお、投資家が同質的で、評価のパラメータが常に $a_t^1 = a_t^2$ であれば、コブ・ダグラス型関数の性質からエッジワースのボックス・ダイヤグラムにおける契約曲線は $0_1 0_2$ を結ぶ直線になるので、評価パラメータが変化しても資産取引は発生せず株価のみが変化することになる。その様子が、図2に描かれている。この図では、無差別曲線の傾きが変化しても均衡点は変化せずに、無差別曲線の共通接線で表される株価のみが変化するのである。

株価に関するこれらの表現に加えて、株価は将来の配当収益を名目利子利率に各タイプの投資家のリスクプレミアム・レートを加えた割引率で評価した割引現在価値になっているはずなので、

$$q_t = \frac{k_t^1}{r_t + \rho_t^1} = \frac{k_t^2}{r_t + \rho_t^2} \quad (17)$$

も成り立つことになる。別の観点からみれば、(17)式におけるリスクプレミアム・レートと a^1 や a^2 の評価パラメータは整合的に決められるはずだ、ということである。

ここで、名目利子率は安全資産の収益率なので、一定と仮定することもできる。だが、安全資産の利子率は、貨幣への取引需要等のもとになる実物経済との関係から決められるとする方が自然であろう。その意味で、この資産市場モデルは閉じていない。

その点は別にして、上記のように設定すれば、危険資産に関する新たな情報もたらされるたびに異質的投資家が最適ポジションを調整しようとして売り買いの注文を出すという、資産市場の売買を明示的に記述でき簡単に理解できる資産市場モデルが、純粹交換経済の直接的応用として構築できるのである。

次節では、投資家のタイプが多数の一般的ケースを提示する。

3. 一般的モデル

投資家のタイプ数を増大させても、ボックス・ダイアグラムでの図示はできなくなるものの、定式化としては前節の2タイプの例から直接拡張されるだけである。投資家のタイプ数を n ($n > 2$) とし、第 i タイプの投資家の資産ポジション評価パラメータを a^i 、期首の時点での資産ポジションを (m_{t-1}^i, s_{t-1}^i) とすれば、(12)式の導出過程と同様の手続きによって、

$$q_t = \frac{\sum_1^n (1 - \alpha_t^i) m_{t-1}^i}{\sum_1^n \alpha_t^i s_{t-1}^i} \quad (18)$$

として株価が求められることになる。(15)式または(17)式の形の株価の表現も、基本的に同じである。(15)式に対応する株価の表現は、

$$q_t = \frac{(1 - \alpha_t^i) m_t^i}{\alpha_t^i s_t^i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

であり、各タイプの投資家の収益期待とリスクプレミアム・レートを (k_i, ρ_i) とすれば、(17)式の形に対応する表現は、

$$q_t = \frac{k_t^i}{r_t + \rho_t^i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

となる。

このように、投資家のタイプ数についての一般化は簡明なものであるが、そのことによって得られる重要な結論がある。それは、株式市場に新規に投資家が参入ときの株価に与える影響についてである。新規に加わる投資家は株式を保有せずに通貨のみを保有しているだけなので、株価を決める(18)式の分子のみが増大することになる。そのため、株価は上昇する。ただし、純粋交換経済のように完全競争的な市場でそのような効果が顕在化されるためには³⁾、相当数の新たなプレーヤーが加わる必要がある。逆に、一部のタイプの投資家が退出する際には、すべて貨幣に換金して退出するので、無視しえない規模の資産規模の投資家が退出するのであれば、(18)式の分子が減少して株価は下落することになる。

例えば、それまで株式での資産運用を控えていた年金機構のような資産量が大幅な投資家が株式運用比率を増大させれば、初期の効果は株価を上昇させるものである。しかし、一旦市場に参加すれば、その次の期には(18)式における立場は既存の投資家と同じものになり、その後の株価の動きは新規にもたらされる情報だけに依存することになる。

さらに、ここで提示したモデルからは、経済の資産総額に関する次の命題を導くことができる。

命題1：市場の総資産額および個別投資家の資産額は、株価が上昇すれば増大し、株価が下落すれば減少する。

3) 金融資産市場における価格支配力を持つプレーヤーの存在はフェアではないとされ、価格操作は禁止されている。市場参加者が価格支配力を持たないということは、完全競争市場の条件の1つである。

証明：市場の総資産額の変化と株価の関係は、株式のストック量が一定ということから自明である。個別の投資家の資産総額に関しては、

$$m_t^i = \alpha_t^i (m_{t-1}^i + q_t s_{t-1}^i)$$

$$q_t s_t^i = (1 - \alpha_t^i) (m_{t-1}^i + q_t s_{t-1}^i)$$

という最適資産ポジションが、次の資産制約条件式、

$$m_t^i + q_t s_t^i = m_{t-1}^i + q_t s_{t-1}^i$$

を満たすことから、

$$m_t^i + q_t s_t^i \geq m_{t-1}^i + q_{t-1} s_{t-1}^i \leftrightarrow q_t \geq q_{t-1}$$

が直接得られる。（証明終わり）

この命題は、株式を購入した投資家にとっても売り渡した投資家にとっても、資産総額は株価の変化と同方向に変化する、という資産市場における重要な性質を示している。

すなわち、取引が成立する直前の段階での資産額を基準にすれば、他の投資家の資産額の減額を通じてある投資家の資産総額が増加するということは、基本的にあり得ないということである。基準となる時点は異なるが、他の投資家を犠牲にして利益を得ることが可能になるのは、先物市場を用いた投機的取引のケースである。資産市場での投資的取引の場合、すべての投資家が好況によってキャピタル・ゲインを同時に得るか、不況によってキャピタル・ロスを被るか、ということである。

であれば、売り手と買い手の区別が明示的に導入されることのメリットがあるのか、という疑問が生じることになるであろう。市場で成立する資産価格と

(合理的)投資家の付け値とで、分析に本質的に差が生じるか、というものである。この疑問に対しての1つの回答は、異質的投資家の間での相互依存関係を分析できる、という行動投資論的観点からのアプローチの可能性である。その点に関しては、次節で詳しく議論する。

もう1つの回答は、売り手と買い手の関係を明示的に示すことによって、投資と投機の違いがより明確になるということである。同じリスクをとまなう資産の取引であっても、投資の場合は市場参加者全員が利益を獲得する機会があるのに対して、ギャンブル的投機行動の場合すべての市場参加者が利益を得ることは不可能なゼロサム・ゲームになっている、ということが分かるのである。

先物市場を用いた投機的取引とは、将来のある時点で株価が先物価格よりも下落すると予測した投機家が先物市場で売り契約を結んで利益得ようとする行為、あるいはその逆で、株価が先物価格よりも上昇すると予測した投機家が買い契約を結んで利益を得ようとする行為である。そのような取引を実行して利益を得るためには、自分とは異なる株価の期待を持つ投資家の存在が必要である⁴⁾。株価の予測が分かれる場合、それに対応する実需での先物市場利用者を取引相手に見いだせない限り、双方の投機的行為で同時に利益を得ることは原理的に不可能である。

実需とは、先物市場本来の目的であるリスク・ヘッジのための取引を指す。具体的には、将来時点で株式を通貨に換金したい投資家が売り契約を結ぶとか、逆に将来時点で株式を入手したい投資家が買い契約を結ぶとか、ということである。だが、実需の投資家がリスク・ヘッジに成功したとしても、投機家の利益の貢献することになったとすれば、事後的には予測を誤って、高すぎる価格で株式を買ったか安すぎる価格で株式を売ったことになる。その意味まで含めれば、先物市場参加者全員が事後的に利益を得ることは不可能である。

形式的には、将来の株価予測に関する情報 θ がもたらされたとき、そこから先も市場参加者の中で予測される株価が分散 (diversify) する、ということが前提になる。そのような差異が発生することが、上のモデルの投資家間での

4) 株価の期待が分散せず将来の直物価格と先物価格とが一致すれば、利益も損失も生じない。

最適資産ポジションの相違という異質性に相当する。高めに予測する投機家は先物市場での買い注文を出し、低めに予測する投機家は売り注文を出す。その結果、それらの予測の中間に位置する先物価格が決定される。

簡単化のために $t+h$ 時点の予測株価が2つに分かれ、高めを q_{t+h}^H 、低めを q_{t+h}^L とし、成立する先物価格 q_{t+h}^f をとすれば、

$$q_{t+h}^L < q_{t+h}^f < q_{t+h}^H \quad (21)$$

ということである。そして、実際の株価が

$$q_{t+h} < q_{t+h}^f \quad (22)$$

であれば、先物市場で売り契約を結んでいた投機家が利益を獲得し、

$$q_{t+h} > q_{t+h}^f \quad (23)$$

であれば、先物市場で買い契約を結んでいた投機家が利益を獲得する。さらに、脚注4で触れたように、

$$q_{t+h} = q_{t+h}^f \quad (24)$$

であれば、双方ともに利益を得ることも損失を被ることもない。この(24)式の成立する均衡が理論的には理想状態とされるものであるが、現実の市場では実現する保証はない。

なお、上記の資産市場モデルに先物取引を導入しても、基本的にモデルの構造を変更することにはならないはずである。なぜなら、事前に契約した先物取引があったとしても、その投機家の最適資産ポジションはそれを反映して決定されるはずだからである。

さて、これまでの議論に対して、貯蓄によって資産総額が変化するのではないか、との疑問があるかもしれない。この点については、次のように考えるべ

きである。

まず、資産市場の安全資産はすべての通貨供給量を含んでいるので、金融政策が変更されない限り一定である。他方、貯蓄は投資と等しいので、実物資本の量あるいは生産性の変化となって現れる。実物資本が増大したり生産性が向上したりすれば、株式の評価を変える情報となって資産市場に伝わり、通常は株価を押し上げるであろう。ただし、投資の実行が株式発行による資金調達で賄われるのであれば、株式の量が変わるので、モデルにその点を導入する必要がある。

もし、何らかの理由によって貯蓄を投資が下回れば、意図せざる在庫の積み増しになるので、株価が下落する情報となって資産市場に伝達されることになるであろう。

この節における議論の最後に、新たにもたらされる情報が市場にとってショックとなるような場合を検討しておこう。いわゆるリーマンショック、東日本大震災、イギリスにおける EU 離脱の国民投票、アメリカにおける大統領選挙の予期せぬ結果等、株式市場で株価に極めて大きな変動をもたらすようなものである。

そのようなショックが生じると、通常は株式のリスクが増大するとみなされ、ほとんどすべての投資家の最適ポジションにおいて安全資産比率を大幅に高めるような変化がもたらされることになる。極端に言えば、すべての α_t^i がショックに反応して瞬時に増大するという現象になる。

いま述べたように、東日本大震災のような大きなショックが生じて、 α_t^i が同時に増大させられた場合の効果は明白である。(18)式を全微分すると、

$$dq_t = \frac{\sum_1^N \{-m_{t-1}^i \sum_1^N \alpha_t^i s_{t-1}^i - s_{t-1}^i \sum_1^N (1 - \alpha_t^i) m_{t-1}^i\} d\alpha_t^i}{(\sum_1^N \alpha_t^i s_{t-1}^i)^2} < 0 \quad (25)$$

となるので、 $d\alpha_t^i > 0$ のときに株価が下落する ($dq_t < 0$) ことは明らかである⁵⁾。

5) このような変化は、大震災のようなショックが実物経済に及ぼす悪影響を評価した面も当然あるが、ショックを境に意思決定のフレームを変えるような思考方法の変化による面もあるのではないかと思われる。

なお、すべてのタイプの投資家が危険資産を減らして安全資産を増加させるように資産ポジションの評価パラメータが変化しても、その相対的変化の大きさの違いによって、市場では株式を買う投資家が出て取引が成立するようになることに注意すべきである。

このようなショックが生じて最初は株価が暴落しても、先に挙げたような現実の事例では、次の取引時間で大きく反転するという現象も見られている。それは、 $da_i < 0$ となるような新たな情報をもたらされたか、あるいはなんらかの意味で最初の反応の反動が生じたことになる。

ここでいう反動が生じる理由は、ショックに対する最初の反応を冷静になって考え直した結果、過剰反応であったと多くの投資家が考える場合と投資家間の相互依存関係が作用して生じる場合とが考えられる。いずれの場合でも、いわゆる合理的期待形成に基づくものとは異なるような期待形成や投資戦略がなされるケースである。そのような現実的な投資家の行動について、節をあらためて検討してみよう。

4. 投資家間の相互依存関係

現実の株式市場では、投資家の不安感が急激に増幅させるような情報をもたらされたときに、多くの投資家が一斉に売りに出る状態を「狼狽売り」と呼ぶ。また、株価が下落し続ける局面では、「底値を探る」という用語もある。これらの表現が意味するのは、ショックとなる情報をもたらされたとき、各投資家が合理的期待形成のこのような形で株価を予測している訳ではない、ということである。そのため、投資家にとってどこまで株価が下がるか不明確な状態になる。

そのような場合、美人投票にも例えられる株式市場における投資家の行動から、「売りが売りを呼ぶ」という過剰反応が生じてしまうことがある。その状況は、一定時間が経って新たな情報をもたらされるとか、ショックとなる出来事の実物経済への影響の程度が明らかになってくるとかいうことがあるまで継続する。そのような新たな情報をもたらされ、投資家お心理状態も落ち着いて

来れば、それに合わせて株価が調整されることになる。

ショックが生じた直後のこのようなプロセスは、人間の思考メカニズムや心理的反応等、行動経済学や心理学あるいは脳科学の分析対象となるようなものである。ただし、一部の投資家はプログラム取引やAIを用いた取引といった、人間のような心理的反応のないコンピュータシステムを用いている。しかし、そのようなコンピュータを用いた投資においても、将来を合理的に予測して適正な株価を予測するというよりも、他の投資家の心理的反応を利用して短期的に利益を上げようという戦略がとられていると考えられる⁶⁾。

その意味で、危険資産の市場においては心理的要素が強いのである。そして、心理的要素には、他者の行動や心理状態から影響される面が大きい。親友市場におけるその点を考察する分野が、行動投資論あるいは行動ファイナンスである。

行動ファイナンスの分野の研究が拡大する嚆矢となったのは、Shiller (2000) である。当時のアメリカのバブル的状况に関するものであったが、その後2度にわたって改訂され内容の充実が図られている。また彼は、Shiller (2003) および Shiller (2008) において、バブル的状况を生じさせる市場の具体的な態様と実際に大問題となったサブプライムローン問題の原因と対策を分析している。また、Akerlof and Shiller (2015) においては、一般の人々だけでなくプロの投資家まで惑わされる金融市場の問題点も指摘している。

だが、実はこれらの Shiller による一連の研究の前から、行動経済学的観点を金融市場の分析に導入しようという試みは存在している。その1つが、Lux (1995) であり、バブルの発生と崩壊をハーディング現象で説明しようというものである。ハーディング現象とは、群集心理のように集団が1つの方向に向かってしまうようになることである。その原因とされるものは、心理学の古典的概念の同調に類似したもので、情報カスケイドと呼ばれる。それは、選択において確たる根拠となるものがないとき、前の行動者の選択に追従する行為を

6) 一部のヘッジファンドのように株式を長期的に保有することから得られる利益を重視する投資家の場合の方が、その予測方法の考え方としては合理的期待形成により近いといえるであろう。

指す。例えば、初めて来た飲食店街において、何人かの客が続けて入っていく店がおいしいのだろうと考えて自分もその店に入る、というようなことである⁷⁾。ハーディング現象と情報カスケイドの関係についての研究は Banerjee (1992) 等によってさらに前からなされていて、その後も Anderson and Holt (1997) や Weizsäcker (2010) 等の研究が重ねられている。これらの実験は、いずれもバブル的現象をもたらす投資家の行動の研究に直結するものであり、Barber and Odean (2008) や Hussam, Porter and Smith (2008) 等の研究をもたらしている⁸⁾。

資産市場における情報カスケイドを極めて単純化していえば、売りが売りを呼ぶというように、他の投資家が売りに出るのをみて追随して売るという行為や、市場が過熱気味のときでも、他の投資家が買いに出ているのをみて買いに出るという行為を指す。その状況はハーディングそのものであり、株価の過剰な乱高下を招く原因となる。

確かに、情報カスケイドもしくはハーディング現象が投資家の相互依存関係であることは間違いないが、相互依存関係はそれだけではないはずである。ハーディング現象と同じように流行に乗るような行為をかつてはバンドワゴン効果と呼んだ時代もあったが、同時にそれとは逆のスノップ効果の存在も指摘されていた⁹⁾。スノップ効果とは、あえて流行とは違うことを選択して、多数派とは異なる自身の独自性を主張する行為のことである。投資家間の相互依存関係においても、同様に相互依存関係の多様性が存在すると考えられる。

ただし、投資家間の相互依存性を市場のデータから検証するには困難がともなう。投資家の行動が独自の戦略に基づくのか、他の投資家から影響されて戦略を変えたものなのか、通常の市場での取引データからだけでは区別し難いからである。検証は実験に頼るか、検証可能なデータが得られるような特異な現象によるかということになるであろう。

7) ネット上の評判を信じて商品や店舗を選択するのも、この一種といってよいであろう。

8) バブルに関する実験経済学的研究は、Smith, Suchanek and Williams (1988) によってさらに以前になされている。

9) Leibenstein (1950) 参照。

それでも、行動経済学的には、そのような相互依存関係の分析を可能にする理論モデルの構築は意味がある。ここでは、投資家のタイプが2のケースでの定式化の試みを紹介する。

それは、(3)式の a_t^1 および a_t^2 を生成する2つの関数が相互作用で変化するという現象である。極めて一般的な定式化では、期における各タイプの投資家の投資戦略に関する情報集合を $\{\Omega_t^1, \Omega_t^2\}$ として、(3)式を

$$\alpha_{t+1}^1 = \varphi(\Omega_t^1, \Omega_t^2) \quad (26)$$

$$\alpha_{t+1}^2 = \psi(\Omega_t^1, \Omega_t^2) \quad (27)$$

と変形することになる。だが、これだけでは抽象的過ぎて具体的依存関係が不明である。相互依存関係といっても様々あり、結果的に a_t^1 および a_t^2 が似通ってくるのか、逆により個性化して離れていくのか、それとも交互に入れ替わるように変化するのか、分析する具体的現象に沿うように特定化する必要がある。

例えば、減多にないショックが株式市場を襲った後、市場の動揺が鎮まる過程で投資家間の相互依存関係で生じるのであれば、それは結果的に a_t^1 および a_t^2 が似通ってくるケースだと考えてよいであろう。そのプロセスを記述するために、次のような連立差分方程式を考える。東日本大震災のようなショックが t 期の期首に生じたとして、

$$\alpha_{t+1}^1 - \alpha_t^1 = \sigma(\alpha_t^2 - \alpha_t^1), \quad 0 < \sigma < 1 \quad (28)$$

$$\alpha_{t+1}^2 - \alpha_t^2 = \tau(\alpha_t^1 - \alpha_t^2), \quad 0 < \tau < 1 \quad (29)$$

として、以後このプロセスが逐次的に継続とするのである¹⁰⁾。

いま示した a_t^1 および a_t^2 の変化するプロセスの性質は、容易に分かる。(28)

10) モデルをシンプルにするために、 $\sigma = \tau$ と想定することも可能である。

式と(29)式の右辺にあるショックが生じたときの初期条件は、同じ値のもの異符号になっている。そこで、両式を連立させて係数を揃えて右辺を削除するために和をとると、

$$\tau(\alpha_{t+1}^1 - \alpha_t^1) + \sigma(\alpha_{t+1}^2 - \alpha_t^2) = 0 \quad (30)$$

が得られる。これは、各タイプの投資家の評価パラメータの変化が、互いに逆方向になることを示している。さらに、係数を揃えずに両式の差をとると、

$$\alpha_{t+1}^1 - \alpha_{t+1}^2 = \{1 - (\sigma + \tau)\}(\alpha_t^1 - \alpha_t^2) \quad (31)$$

が得られる。この式から、各タイプの投資家の評価パラメータの大小関係は、

$$0 < \sigma + \tau < 1 \quad (32)$$

であれば単調に収束し、

$$1 < \sigma + \tau < 2 \quad (33)$$

であれば、互いに逆転しながら振動収束することが分かる。

上記のケースのように評価パラメータが変動するとき、各タイプの投資家が株式の売り手になるのか買い手になるのかについては、均衡の株価の表現形式の1つである(15)式を用いて、次の命題2として特定化することができる。

命題2： $\alpha_{t+1}^1 - \alpha_t^1$ および $\alpha_{t+1}^2 - \alpha_t^2$ のうち、その変化が正のタイプの投資家が $t+1$ 期に株式の売り手になり、負の方のタイプの投資家が買い手になる。

証明：まず、 t 期において(15)式が成立している状態から $t+1$ 期に各タイプの投資家の評価パラメータが逆方向に変化したとき、例えば、

$$\alpha_{t+1}^1 < \alpha_t^1, \quad \alpha_{t+1}^2 > \alpha_t^2 \quad (34)$$

という変化が生じたケースを考える。 t 期の取引結果の資産ポジションでは各タイプの投資家の限界代替率均等化が(15)式のように成立していた。そこで(34)のような変化が生じると、

$$\frac{(1 - \alpha_{t+1}^1)m_t^1}{\alpha_{t+1}^1 s_t^1} > \frac{(1 - \alpha_{t+1}^2)m_t^2}{\alpha_{t+1}^2 s_t^2} \quad (35)$$

となる。そのため新たな取引が $t+1$ 期に行われ、

$$\frac{(1 - \alpha_{t+1}^1)m_{t+1}^1}{\alpha_{t+1}^1 s_{t+1}^1} = \frac{(1 - \alpha_{t+1}^2)m_{t+1}^2}{\alpha_{t+1}^2 s_{t+1}^2} \quad (36)$$

となるように資産ポジションが調整される。これは、安全資産の評価パラメータが減少したタイプ1の投資家は、

$$s_{t+1}^1 > s_t^1, \quad m_{t+1}^1 < m_t^1 \quad (37)$$

というように株式を買い増すと同時に保有通貨を減額させ、評価パラメータが逆に動いたタイプの2の投資家は、

$$s_{t+1}^2 < s_t^2, \quad m_{t+1}^2 > m_t^2 \quad (38)$$

というように株式を売って通貨保有量を増大させることを意味している。この論理は、パラメータの変化が(32)式の場合でも(33)式の場合でも同様に成り立つ。交互に大小関係が入れ替わる(32)式の場合だけでなく、単調に収束する場合でも、各タイプの投資家のパラメータは互いに接近するように、つまり、一方のタイプの投資家のパラメータが増加するときには他方のタイプの投資家のパラメータは減少するように変化するからである。よって、命題2の成立が示されたことになる。(証明終わり)

この命題2から、(32)式のように評価パラメータの大小関係が維持されたまま単調収束するときのケースでは、一方のタイプの投資家が売り手となり他方のタイプの投資家が買い手になる調整プロセスが継続することが分かる。他方、(33)式のように評価パラメータが入れ替わる際には、売り手と買い手が1期ごとに入れ替わりながら調整が進むことになる。

もし投資家のパラメータを変化させるような新規情報がないことを仮定できるのであれば、東日本大震災のようなショックの生じた後の市場取引データにおいて、各投資家の売り買いの立場が変わらずに収束していく場合は(32)式のケースに相当する可能性があり、売り買いが入れ替わるように振動収束しているのであれば(33)式の場合である可能性がある、ということになる。

なお、いま示した定式化によれば、各タイプの投資家が互いに影響し合う場合はパラメータが振動するケースも生じうるが、 $\sigma = 0$ または $\tau = 0$ で影響が一方通行の場合には単調収束のみになる。この場合分けは、例えば日本の株式市場における外国の機関投資家と国内の投資家の関係を考察する上で、1つの手懸りを与えるものになるであろう。

ただし、実際の市場において投資家が株式を売るとか買うのかは、様々な要因に依存しており、投資家の相互依存関係の存在を市場データから実証することは、極めて難しい作業となる。それでも、株式売買の変動プロセスの要因を特定化できないとしても、各タイプの投資家の売買額が他の投資家の直前の投資額と相関関係があれば、(15)式と上の(28)式と(29)式の連立差分方程式から、投資家間になんらかの相互依存関係が存在することは否定できないことになる。また、その相互依存関係は、東日本大震災、イギリスのEU離脱、トランプ大統領の当選のような大きなショックを契機として、平時の状態から変化する可能性がある。その変化が存在したことが実証されれば、行動投資論として意味のある発見になる。少なくとも、具体的事例として、 σ と τ の変化が分かるからである。そのようなことが示されれば、現実の資産市場が効率的市場仮説からどの程度乖離しているかも明らかにできる可能性があることになる。

そのような意味でも、資産市場での売り手と買い手を明示的に扱える単純なモデルは有用性を持つのである。

5. おわりに

この論考では、ミクロ経済学の基礎知識の1つである純粋交換経済モデルを資産市場のモデル化に適用して、資産市場における需要と供給が明示的に分析可能なモデルを提示した。それは投資家の異質性を前提にしているにもかかわらず、極めて平易で分かり易いものであった。純粋交換的な一般均衡理論モデルを採用したのは、資産市場で取引される資産が基本的に一定のストック量であるためである。純粋交換経済モデルと同じように、危険資産である株式と安全資産である貨幣の交換条件をみることによって、市場全体での資産総額の変化の意味等がより明快に把握可能になることも示された。

しかし、本論考で提示したモデルの最大の特徴は、資産市場の取引を促すような新たな情報をもたらされたときに、その情報に基づいて各投資家が最適資産ポジションを再調整するために資産の売買を行うのが資産市場の取引である点にある。この考え方がモデルの特性になっているというのには、2つの理由がある。

1つめの理由は、いわゆる合理的期待形成の考え方との根本的な違いである。合理的期待形成の理論では、危険資産に関する情報は合理的期待を形成するのに十分なものが既に存在すると想定されるので、日々の取引での変化をもたらすものはランダムに発生する誤差に過ぎない。ランダムショックと呼ばれるその誤差の発生頻度も既存の情報に含まれているので、極めて特殊な事件が勃発するとか予測不能な形の金融政策が実施されとかということがなければ、投資家が事前に計画した最適資産ポジションを変更するインセンティブは存在しない。極端に言えば、現実の市場のように、ちょっとした情報を手掛かりに売り買いが発生することはないのである。それに対して、この論文で提示したモデルでは、現実の市場のように投資家が情報に反応するのである。

2つめは、投資家による資産ポジションの調整が、形式的には資産ポジションを評価するパラメータの変更にまず現れるという点にある。この定式化は、通常のモデルの観点からすれば、投資家の効用関数が増加するとみなすことも可能になっている。本文でも触れたように、リスクに関する情報が変化すれば、

効用関数に変化しなくても確率分布が変化するので、期待効用を最大化する最適資産ポジションは変更される。しかし同時に、効用関数あるいは選好も変化するために投資戦略が変更されるという、行動ファイナンスで分析されるような要因による場合も存在する。本論文のモデルでは、それらの現象を評価パラメータの変化という形で記述して、分析可能にしているのである。

ただし、この論文では、東日本大震災のような大災害が発生したりしたとき、投資家全体でリスクを回避しようという傾向が強まる等の心理的变化が生じる場合については検討できたが、市場を通じての投資家の行動の相互依存関係に関しては、特定の定式化のみを検討しただけで、一般的な検討を行って明確な結論を導くまでには至らなかった。そのような観点からすれば、投資家の相互依存関係をより一般的な条件下で検討することが必要になってくる。投資家どうしが市場取引を通じて対話しているという現象を理論的に記述することは、行動投資論として重要だからである。

さらに、ここで提示した単純化されたモデルを応用できる範囲を拡大していくことも今後の課題になるであろう。

参 考 文 献

- Akerlof, G. A., and R. Shiller (2015) *Phishing for Phools: The Economics of Manipulation and Deception*, Princeton University Press.
- Anderson, L. R., and C. A. Holt (1997) Information Cascades in the Laboratory, *American Economic Review*, 87, 847-862.
- Barber, B., and T. Odean (2008) All That Glitters: The Effect of Attention and News on the Buying Behavior of Individual and Institutional Investors, *Review of Financial Studies*, 21, 785-818.
- Banerjee, A. V., (1992) A Simple Model of Herd Behavior, *Quarterly Journal of Economics*, 107, 797-817.
- Hussam, R. N., D. Porter and V. L. Smith (2008) Thar She Blows: Can Bubbles be Re-kindled with Experienced Subjects, *American Economic Review*, 93, 924-937.
- Leibenstein, H., (1950) Bandwagon, Snob, and Veblen Effects in the Theory of Consumers' Behavior, *Quarterly Journal of Economics*, 64, 183-207.
- Lux, T., (1995) Herd Behavior, Bubbles and Crashes, *Economic Journal*, 105, 881-896.
- Markowitz, H. M., (1959) *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*,

John Wiley.

Nofsinger, J. R., (2017) *The Psychology of Investing, 6th edition*, Routledge.

Shiller, R., (2000) *Irrational Exuberance*, Princeton University Press.

Shiller, R., (2003) From Efficient Markets Theory to Behavioral Finance, *Journal of Economic Perspectives*, 17, 83-104.

Shiller, R., (2008) *Subprime Solutions : How Today's Global Financial Crisis Happened and What to Do about It*, Princeton University Press.

Smith, V. L., G. L. Suchanek and A. W. Williams (1988) Bubbles, Crashes, and Endogenous Expectations in Experimental Spot Asset Markets, *Econometrica*, 56, 1119-1151.

Weizsäcker, G., (2010) Do We Follow Others When We Should? A Simple Test of Rational Expectations, *American Economic Review*, 100, 2340-60.