

銀行取付け均衡への一考察

相 模 裕 一

1. はじめに

1983年に発表された Diamond-Dybvig モデル以降、銀行行動モデルは、従来の利潤極大化モデル (Klein, M, Baltensperger, Tobin, J 型) から大きく変化した。銀行のバランスシートを制約条件に利潤最大化を問題とするのではなく、消費者・預金者の流動性重要と資産重要に応えながら、消費者・預金者の期待効用を最大にするような最適な預金契約を設定することが問題となったのである。Diamond-Dybvig はゲーム理論と契約理論に基づき、これまで射程外であった銀行取付けの問題を明らかにした。しかも消費者・預金者の合理的選択の結果として、銀行破綻を導いた点が斬新であった。本論文では、最適性の観点から、金融仲介機関の働きを検討し、その破綻 (取付け) の可能性を議論する。併せて、破綻阻止のための Jacklin の提言を取り上げ、その問題点の指摘を行うこととする。

本稿の構成は以下の通りである。まず、2 節において基本モデルを提示する。3 節では、自給自足経済、効率的配分均衡、そして長期債の流動化を顧慮した完全市場均衡のモデルを展開し、それぞれの最適消費を求め、相互の比較を行う。さらに、第 1 期にも短期債の購入が可能とした場合について考察し、議論の一般化を図る。4 節では複数の個別銀行の最適契約を議論し、銀行仲介均衡をもとめる。そして必ず、銀行取付け均衡が Nash 解として含まれることを示し、併せて割引率と破綻の可能性を論じる。5 節で Jacklin モデルを紹介と問題点の指摘をおこない、最後の 6 節でまとめと今後の課題を述べる。

2. モデル

ここでは、以下の議論で用いる基本的なモデルを提示しよう。これは Diamond-Dybvig (1983) の簡略版である。

期間は3期間とする。(t=0,1,2) 財は1つで、消費にも投資にも用いられ、価値基準財でもある。資産は2種類で、短期債と長期債があり、短期債は1期間、長期債は2期間が満期である。短期債の利子は i_s であり、長期債の利子は i_l である。ここで $1+i_l = R (>1)$ とおく。長期債は0期に1単位購入し、2期に満期となり R を受け取るが、途中1期で解約(流動化)した場合、 r ($0 < r < 1$) の支払いを受けることとなる。これは元本割れを意味している。ここでの短期債・長期債は銀行の普通預金 (demand deposit) ・長期預金 (time deposit) に対応している。ここでは、簡単化のため、 $i_s = 0$ とする。

消費者(預金者)は1単位のみ財をもち、消費者の集合は $[0, 1]$ の閉区間で表される。すなわち消費者は0から1までの連続体で表され、人口は measure 1 である。消費者は2つのタイプに分かれる。1つは第1期においてすぐ流動性を欲し、消費を行う性急なタイプと、第2期まで忍耐強く消費を控えるタイプの2つである。以下、以下それぞれを性急派、忍耐派と呼ぶことにする。問題は消費者が自分が性急派か忍耐派かどうか、0期においては分からないことだ。消費者が自分のタイプを知るのは、第1期になってからである。ここでは、性急派の割合を $\theta \in (0, 1)$ とする。 θ は確率変数である。

期間 t の消費を $C_t (t=1, 2)$ とする。効用関数 $U: R_+ \rightarrow R$ は2回連続微分可能で、

$$U' > 0, U'' < 0 \quad \lim_{c \rightarrow 0} U'(c) = \infty \quad \text{の仮定を満たすものとする。}$$

ここで消費者の期待効用は以下のように定式化される。

$$\theta U(C_1) + (1 - \theta) U(C_2)$$

短期債の投資額を F とすると、長期債の投資額は $1 - F$ となる。消費者の最適化行動は期待効用の最大化であるが、次節で示すように経済環境の違いにより最適解は大きく異なる。

3.1 自給自足経済

ここでは、3タイプの経済システムの下での最適化について論じよう。まず自給自足経済 (Autarky) では、個人間の取引ができないので各期の消費量、すなわち性急派と忍耐派の消費量は以下のように示される。

$$C_1 = F, \quad C_2 = F + (1 - F)R$$

これより、 $F = 1$ 以外では $C_1 < C_2$ となる。よって消費者の最適化問題は、

$\theta U(F) + (1 - \theta) U(F + (1 - F)R)$ を最大にする $F \in (0, 1)$ を求めることである。

内点解を求めると、

$\theta U'(F) + (1 - \theta) U'(F + (1 - F)R)(1 - R) = 0$ となり、 $U(C_t) = \log C_t$ とすると、

$$\frac{\theta}{F} + \frac{(1 - \theta)}{F + (1 - F)R} (1 - R) = 0, \quad \text{よって} \quad F = \frac{\theta R}{R - 1} \quad \text{但し, } \theta < (1 - R^{-1})$$

以上より、最適な消費量は $C_1 = \frac{\theta R}{R - 1}$, $C_2 = (1 - \theta)R$ となる。

3.2 効率的配分均衡

次に、効率的配分均衡を考えるのに、social planner の存在か、単一の独占的金融機関の存在を想定しよう。消費者の期待効用は自給自足経済とおなじとする。 θ は、個人にとっては不確定な未知数 (自分が性急派か忍耐派か) であるが、マクロ全体の立場からは、確定数と考えて良い。全体のうち何%が性急派であるかが明らかであれば、第1期間における消費量は確定的であり、以下のような定式化が可能となろう。

$$\theta C_1 = F, \quad (1 - \theta) C_2 = (1 - F)R$$

よって、ここでの social planner ないし独占的金融機関の意思決定の問題は、以下のように示される。

$$\begin{aligned} & \text{Max}\{\theta U(C_1) + (1 - \theta) U(C_2)\} \\ & \text{s.t. } \theta C_1 + (1 - \theta) \frac{C_2}{R} = 1 \end{aligned}$$

これより、

$$\theta U\left(\frac{F}{\theta}\right) + (1 - \theta) U\left(\frac{(1 - F)R}{(1 - \theta)}\right)$$

を F について、最大化の 1 階条件を求めると、

$U'(C_1) - U'(C_2)R = 0$ となる。これは、第 1 期と第 2 期の消費の限界代替率が、 R に等しくなることを示している。ここで自給自足経済と同じように $U(C_t) = \log C_t$ とすると、

$C_1 R = C_2$ となり、 $F = \theta$ すなわち最適な消費量は $C_1 = 1$ 、 $C_2 = R$ となる。これより、social planner による効率的配分均衡は自給自足経済よりもパレートの意味で優位にあることが理解されよう。

3.3 完全市場均衡

ここでさらに、市場均衡について考えよう。すなわち長期債の流動化、長期債の第 1 期での売買市場（流通市場）の導入を考えよう。

P を長期債の第 1 期での価格としよう。ここで $P \leq 1$ である。これより性急派と忍耐派の消費量 C_1 、 C_2 は以下のように示される。

$$C_1 = F + P(1 - F), \quad C_2 = \frac{F}{P} + (1 - F)R$$

よって、期待効用最大化の問題は以下のように定式化されよう。

$$\begin{aligned} & \text{Max } \theta U(C_1) + (1 - \theta) U(C_2) \\ & \text{s.t. } C_1 = C_2 P \end{aligned}$$

これより、内点解を得るのは、 $PR = 1$ のときであり、他の場合は以下のようになる。

$$F = \begin{cases} 1 & PR > 1 \\ 0 & PR < 1 \end{cases}$$

よって、最適な消費量は $C_1 = 1$, $C_2 = R$ となる。この消費量は social planner による効率的配分均衡と同じであるが、これは $U(C_t) = \log C_t$ としたことによる特殊ケースである。

任意の効用関数の形状において、以下の式は成立しない。

$$U'(1) - U'(R)R = 0$$

よって一般的には市場均衡配分はパレート最適ではないことがわかる。

3.4 第1期の短期債売買市場の導入

ここで、第1期に新たに短期債の購入が可能となる場合について考察しよう。よって0期に購入の短期債の利子率を i_1 、第1期に購入の短期債の利子率を i_2 とする。 $1 + i_1 = r_1$, $1 + i_2 = r_2$ とおき、 $r_1 \times r_2 < R$ を仮定する。これにより3節のモデルは以下のように拡張される。3節と同様に、 $i_1 = 0$ としよう。性急派と忍耐派の消費量は以下のように示される。

$$C_1 = F, \quad C_2 = r_2 F + (1 - F)R = R - F(R - r_2)$$

これより、消費者の最適化問題は、

$\theta U(F) + (1 - \theta) U(R - F(R - r_2))$ を最大にする $F \in (0, 1)$ を求めることである。この式は以下と同じである。

$$\max_{C_1} \{\theta U(C_1) + (1 - \theta) U(R - C_1(R - r_2))\}$$

最適条件は、

$$\frac{\theta U'(C_1)}{(1-\theta)U'(C_2)} = R - r_2, \text{ または } C_1 = 1 \left(\text{if } \frac{\theta U'(C_1)}{(1-\theta)U'(C_2)} > R - r_2 \right)$$

ここで $U(C_t) = \log C_t$ とすると,

$$F = \frac{\theta R}{R - r_2} \quad \text{但し, } \theta < (1 - r_2 R^{-1})$$

以上より, 最適な消費量は $C_1 = \frac{\theta R}{R - r_2}$, $C_2 = (1 - \theta)R$ となる。

これより, 第1期に新たに短期債の購入が可能となっても, 忍耐派の消費量 C_2 は変わらないことが理解されよう。第1期の短期債売買市場の導入は, 性急派の消費量 C_1 を増大させるだけである。もし $r_2 = 1$ ($i_2 = 0$) ならば, 第1期の短期債売買市場の存在意義は全くなく, 最適な消費量は3.1の場合と同じになる。しかし, 3.3の完全市場均衡で議論した第1期での長期債の売却よりも, 短期債市場導入の方がパレート改善であることは明らかであろう¹⁾。

4.1 銀行仲介均衡：銀行取付け均衡

ここで, 多数の銀行が金融仲介を行っている場合について考察しよう。前章の social planner・独占的金融機関の場合には, 全体として第1期の消費者である性急派の割合を知っていれば, 不確実性は問題とはならないが, 銀行が複数介入する場合は, 個別の不確実性が発生する。それは個別銀行の顧客である預金者の性急派と忍耐派の比率は全体の比率 $\{\theta : (1 - \theta)\}$ と必ずしも一致しないからである。このことは, 特に忍耐派の預金者にとって重要である。自分が契約を結んだ銀行(2期間の定期預金, ないしは長期債の購入)が, 第1期において, 予想外の性急派の出現(忍耐派の第1期での引き落とし)により銀行取付けが発生し, 銀行が破綻する可能性があるからである。すなわち第2期において忍耐派の受け取りが0となる可能性が生じるのである。ここで第1期と第2期の預金者の受け取りを定式化しよう。これ以降, 前節での短期債を要求払い預金, 長期債を2期

の定期預金としてあつかう。

モデルの基本形は3.2の効率的配分均衡を論じたものを用いる。すなわち、

$$\text{Max}\{\theta U(C_1) + (1 - \theta) U(C_2)\}$$

$$\text{s. t. } \theta C_1 = F, \quad (1 - \theta) C_2 = (1 - F) R$$

これは、以下の問題と同値である。

$$\max_{C_1} \left\{ \theta U(C_1) + (1 - \theta) U \left(\left(\frac{1 - \theta C_1}{1 - \theta} \right) R \right) \right\}$$

3.2と同様に

$$U'(C_1) - U'(C_2)R = 0$$

ここで消費者の相対的危険回避度が1より大きいことより、

$$1 \leq C_1^* < C_2^* \leq R$$

となる。また忍耐派の預金者で第1期に預金の引き下ろしを行う比率を μ とすると、預金者の総数の中で第1期に引き下ろす比率 $\bar{\theta}$ は以下のように表わされる。

$$\bar{\theta} = \theta + (1 - \theta)\mu$$

これより、 $C_1^* < C_2^*$ から一つの均衡が $\bar{\theta} = \theta$ となることは明らかである。しかし、均衡は一つではない。

まず、第1期で預金を引き下ろした預金者の受取は

$$\min \left\{ C_1^*, \frac{1}{\bar{\theta}} \right\}$$

となり、第2期で預金を引き下ろした預金者の受取は

$$\max \left\{ \left(\frac{1 - \bar{\theta} C_1^*}{1 - \theta} \right) R, 0 \right\}$$

となる。これより、ゲーム論的状況が出現することが理解されよう。

第1期に預金を引き下ろす者のペイオフ（利得）は、第1期に何人が銀行へ預金引き下ろしに行くかに依存し、第2期に預金を引き下ろす者のペイオフも同様

である。特に第2期に預金を引き下ろす者は受取が0となる可能性がある。

銀行は引き下ろしに対して、first-come, first-served basis, すなわち早い者勝ちで払っていくので、性急派にとっても忍耐派にとっても、忍耐派の動向すなわち μ の値が決定的に重要となる。

このゲームにおける一つの均衡は上述のごとく $\bar{\theta} = \theta$ のとき、すなわち $\mu = 0$ のとき、

$$(C_1^*, C_2^*) = (1, R)$$

となる。また、

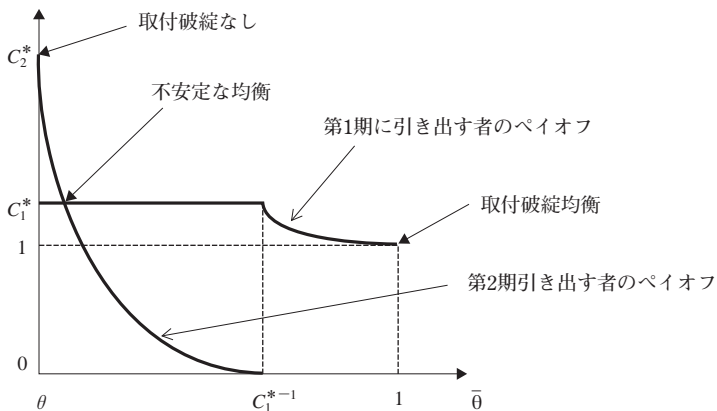
$$(C_1^*, C_2^*) = \left(F, \left(\frac{1 - \bar{\theta}F}{1 - \theta} \right) R \right)$$

も均衡であるが、不安定な均衡である。3つ目の均衡は

$$(C_1^*, C_2^*) = (1, 0)$$

であり、これが銀行取付破綻均衡である。以下の図がこれらの均衡の状況を示している。

銀行取付け均衡図



4.2 割引率と破綻の可能性

ここでは、割引率 ρ を導入し、割引率の変化による銀行破綻の可能性を論じることとする。以下明確な結論を得るために、効用関数を前章の例と同様に、 $U(C_t) = \log C_t$ としよう。

そして性急派と忍耐派の効用関数を以下のように表す。

$$\text{性急派} : U(C_1) = \log C_1, \quad \text{忍耐派} : \rho U(C_2) = \rho \log C_2$$

これより、預金者の期待効用は $\pi_1 \log C_1 + \pi_2 \rho \log C_2$ と想定する。但し、 (π_1, π_2) は性急派と忍耐派の比率である。ここで $\rho R > 1$ としておく。まず前節で議論した効率的配分均衡を求めよう。

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \pi_1 \log C_1 + \pi_2 \rho \log C_2 \\ \text{s.t.} \quad & \pi_1 C_1 + \pi_2 \frac{C_2}{R} = 1 \end{aligned}$$

これより、 C_1, C_2 の最適消費量は以下ようになる。

$$C_1 = \frac{1}{\pi_1 + \rho \pi_2}, \quad C_2 = \frac{\rho R}{\pi_1 + \rho \pi_2}$$

これは、 $\pi_1 + \pi_2 = 1$, $\rho \in (0, 1)$ より、明らかに $C_1 > 1$, $C_2 < R$ となる。

そして、市場均衡の最適解 $C_1 = 1$, $C_2 = R$ は $\rho = 1$ のときのみ可能となる。

では、次に銀行破綻の可能性を見てゆこう。2節のモデルのときの想定「長期債は、2期に満期となり R を受け取るが、途中1期で解約（流動化）した場合、 r ($0 < r < 1$) の支払いを受けることとなる。」をここでも仮定しよう。但し、ここでは長期債を定期預金とする。このとき、銀行取付けがNash均衡となるのは、

$$C_1 > \pi_1 C_1 + \pi_2 r \quad \text{これより, } \frac{1}{\pi_1 + \rho \pi_2} > r \quad \text{である。}$$

よってここでの想定では、かならず銀行取付けが発生することになる。割引率 ρ の存在は銀行破綻の可能性を高めるファクターとなることが理解されよう。

5. 預金者から株主へ (Jacklin の提言)

均衡としての銀行取付け解を解消, ないしは排除するために多くの提案がこれまでなされてきた。支払停止条項 (suspension of convertibility)²⁾, narrow banking, そして預金保険が代表的な提案である。ここでは, 究極の解消策とも言える Jacklin (1987) の提言を取り上げ, その可能性と問題点を指摘しよう。Jacklin の提言は, 預金者を銀行の株主とし, 預金証書を株式に換えるというものである。株式の流通市場が完備されており, ネットでのオンライン取引が整備されているならば, 株式の流動化コストも低下し, 要求払い預金との差異は, 殆ど無くなり権利関係のみとなる。

ここで Jacklin モデルを紹介しよう。なお期待効用に関しては, 前節の割引率が導入されたモデルを用いる。まず株式の第1期の価格を p , 配当を e とすると, 性急派は第1期に配当を受け取り, 株式の売却を行うので,

$$C_1 = e + p$$

また, 忍耐派は第1期に配当の受取と新たな株式の購入を考慮するので,

$$C_2 = (e + p) \frac{R(1 - e)}{p}$$

これより,
$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{R(1 - e)}{p}$$

ここで前節の割引率モデルの最適消費量 C_1, C_2 より, $C_2 = \rho RC_1$ となることより,

$$\frac{R(1 - e)}{p} = \rho R$$

ここで第1期での株式市場での需要と供給の一致 (市場均衡) を考えると, 以下の式が成立することとなる。

$$\pi_1 p = \pi_2 e$$

ここで π_1, π_2 は人口全体を measure 1 としているので, それぞれ性急派と忍耐派の人口に対応している。 $\pi_1 p$ は性急派の供給額で $\pi_2 e$ は忍耐派の需要額を表している。

これより,

$$\frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{e}{p} \quad \text{と} \quad \frac{(1-e)}{p} = \rho \quad \text{より,} \quad \frac{1}{p} = \rho + \frac{\pi_1}{\pi_2}$$

よって,

$$p = \frac{\pi_2}{\pi_1 + \rho\pi_2}, \quad e = \frac{\pi_1}{\pi_1 + \rho\pi_2}$$

この p , e は性急派と忍耐派の最適消費量を実現する均衡価格と均衡配当である。以上が Jacklin モデルの骨子である。このモデルでは銀行取付けは発生せず、最適解が得られる。しかし、このモデルの最も大事な仮定は $\rho R > 1$ である。ここで $\rho R \leq 1$ とすると,

$C_2 \leq C_1$ となる。このとき、忍耐派が2期まで株式を保有する誘因はなく、第1期で売却をすることになるが、このとき株式の需要者はいないので、株価は0となり、銀行は破たんする。これは銀行取付けと同じ状況をもたらすのである。

すなわち、割引率がある水準以下 ($\rho \leq R^{-1}$) になると、銀行破綻は避けられないのである。

6. まとめと今後の課題

Diamond-Dybvig モデル (1983) は、ゲーム理論と契約理論に基づき、従来の利潤極大化モデルでは、射程外であった銀行取付けの問題を明らかにした。しかも消費者・預金者の合理的選択の結果として銀行破綻を導いた点が斬新であった。本論文では、最適性の観点から、自給自足経済、効率的配分均衡、そして完全市場均衡をとりあげ、それぞれの最適消費量の比較を行った。そのうえで、金融仲介機関である銀行を介在させ、銀行仲介均衡と取付け均衡を論じた。また、割引率の導入は必ず銀行取付け均衡をもたらすことも明らかにした。ここでの貢献は、長期債の流動化（流通市場）を導入するよりも、第1期において新規短期債の起債（発行市場の創設）を行う方がパレートの意味で優位になるということを示したことにある。最後に、銀行取付け・破綻均衡の排除について、ユニークな解決策を提示した Jacklin モデルを紹介し、そこでの議論成立の重要な鍵が、割引率の

大きさにあることを示した。

今後の課題としては、資産市場の導入である。もちろんこの論文でも第1期に債券・株式の売買市場は想定されているが、0期においては存在していない。Diamond-Dybvig流のモデルでは0期において全ての消費者が銀行で短期債（要求払い預金）か長期債（定期預金）のいずれかしか持てない想定になっている。ここで直接金融での資産運用が加わると、議論は大きく変化することが予想される。資産市場の在り方（完備市場か不完備市場）によって銀行取付けの可能性は変化しよう。流動性ショックによる銀行破綻のみならず、資産市場の価格変化と銀行破綻の可能性は相互に関わりを持つと思われる。こうした分析は次回の検討課題としたい。

注

- 1) こうしたことが生じるのは、市場の不完備性による。市場が完備であるときは、第1期での長期債の売却価格と短期債の購入価格が等しくなる。よって3.3と3.4は同じ解となるはずである。こうした不完備性は $r_1 \times r_2 < R$ で示されている。
- 2) Gorton, G. (1985)の支払停止条項の論文では、銀行の貸出行動に関して、預金者と銀行の情報の非対称性から、非効率な銀行取付けが発生していることを議論しており、預金者に貸出状況の情報を与え、預金の支払い停止を行うことで取付けを回避し、効率性を高めることができることを論じている。

参考文献

- Baltensperger (1978) Credit rationing theory: Issues and questions. *Journal of Money, Credit and Banking* 10(2) 170-183.
- Diamond, D. W and P. H. Dybvig (1983) Bank runs, deposit insurance, and liquidity. *Journal of Political Economy* 91(3) 401-419.
- Gorton, G. (1985). Banks' suspension of convertibility. *Journal of Monetary Economics* 15 177-193.
- Jacklin, C. J (1987). Demand deposits, trading restrictions and risk sharing. In *Contractual arrangements for intertemporal trade*, E. Prescott and N. Wallace. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Klein, M (1971) A theory of banking firm. *Journal of Money, Credit and Banking* 3, 205-218.
- Tobin, J and Golub, S. S (1997) *Money, Credit and Capital* McGraw-Hill Companies.